

西南财经大学 2002 年数理统计学考研试题

一、填空题（每空 2 分，计 16 分）

设 X_1, X_2, \dots, X_8 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_{10} 分别来自 $N(-1, 22)$ 和 $N(2, 5)$ 的样本，且相互独立， S_{12} 和 S_{22} 分别为两个样本的样本方差，则服从 $F(7, 9)$ 的统计量是_____。

设 Y 和 X 间的关系式为 $Y=a+bx+\varepsilon$ ($\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$)， (Y_i, X_i) ($i=1, 2, \dots, n$) 为 n 组观测值，则回归系数的最小二乘估计服从_____； $E(\hat{b})$ _____； $D(\hat{b})$ _____； σ^2 的无偏估计为_____。

当总体 X 的分布类型未知时，要根据它的样本观察值检验 H_0 ：总体 X 的分布函数为 $F(x)$ ，所用的皮尔逊统计量为_____，当 $n \geq 50$ 时，不论总体属于什么分布，该统计量总是近似服从_____的分布，当_____时拒绝 H_0 。

二、判断题（判断下列各题是否正确，并简要说明其依据。每题 4 分，共 12 分）

总体 X 的数学期望 μ 和方差 σ^2 均存在， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本，当 $\sigma^2 \neq 0$ 时，尽管 \bar{X} 是 μ 的无偏估计，但 \bar{X}^2 并非 μ^2 的无偏估计。

检验显著性水平 α 的选择，对接受和拒绝原假设 H_0 没有影响。

设总体 X 具有分布密度 $P(X_i, a) = (a+1)X^a$, $0 < x < 1$, 其中 $a > -1$ 是未知参数。 X_1, X_2, \dots, X_n 为一个样本，参数 a 的矩估计为_____。

三、如何理解“小概率事件在一次试验中几乎不可能发生”，它与“在大量重复独立试验中，小概率事件几乎必然发生”是否矛盾？为什么？（14 分）

四、方差分析中，何为条件误差？何为随机误差？方差分析的基本原理是什么？（15 分）

五、某电话交换台在一个小时（60 分钟）内每分钟接到电话用户的呼唤次数有如下记录：

呼唤次数 i	0	1	2	3	4	5	6	≥ 7
实际频数 f_i	8	16	17	10	6	2	1	0

问统计资料是否可以说明，每分钟电话呼唤次数服从泊松分布？（14 分）

六、设 X_1, X_2, \dots, X_9 是来自正态总体 X 的简单随机样本，

$Y_1 = (X_1 + X_2 + \dots + X_6) / 6$, $Y = (X_7 + X_8 + X_9) / 3$

$$S^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^9 [X_i - Y_2]^2, \quad Z = \frac{\sqrt{2}(Y_1 - Y_2)}{S}$$

证明统计量 Z 服从自由度为 2 的 t 分布。（15 分）

七、设总体 X 服从正态分布 $N(a_1, 1)$, 总体 Y 服从正态分布 $N(a_2, 2)$, X_1, X_2, \dots, X_{n1} 为 X 的样子, Y_1, Y_2, \dots, Y_{n2} 为 Y 的样子, 且相互独立,

试求 $a=a_1-a_2$ 的无偏估计量;

如果 $n_1+n_2=n$ 固定, 问 n_1, n_2 如何配置, 可使 \hat{a} 的方差达到最小。(14 分)

附表: $Z_{0.05}=1.645$

$Z_{0.025}=1.96$

$\chi^2_{0.05}(4)=9.488$

$\chi^2_{0.05}(5)=11.071$

$\chi^2_{0.05}(6)=12.592$