

二〇〇〇年硕士研究生入学考试试题

考试科目:《信号与系统》

注: 应属考生做一~八题
在职考生做一~六题以及分别在(七、九)、(八、十)题中任意选做一题。

一、(8分) 考虑一系统 S , 其输入为 $f_1[n]$, 输出为 $y[n]$, 该系统由子系统 S_1 和 S_2 级联所得, 而 S_1 和 S_2 的输入—输出关系为:

$$S_1: \quad y_1[n] = 2f_1[n] + 6f_1[n-1]$$

$$S_2: \quad y_2[n] = f_2[n-2] + \frac{1}{3}f_2[n-3]$$

这里: $f_1[n]$ 和 $f_2[n]$ 均为输入信号,

1. 求系统 S 的输入—输出关系;
2. 确定系统 S 的单位脉冲响应 $h[n]$;
3. 若 S_1 和 S_2 的级联次序颠倒(即 S_2 在后), 系统 S 的输入—输出关系改变吗?

二、(8分) 设 $f(t)$ 有傅里叶变换 $F(\omega)$, 假定给出下列条件:

$$1. f(t) \text{ 为实值信号}; \quad 2. f(t) = 0 \quad t \leq 0;$$

$$3. \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}\{F(\omega)\} e^{-j\omega} d\omega = |t|e^{-|t|},$$

试求信号 $f(t)$ 。

三、(12分) 今有 $L[\cdot]$ 表示希尔伯特变换运算, $h(t)$ 为希尔伯特变换器的单位

冲激响应, 即有: $L[f(t)] = h(t) * f(t)$, 若 $h(t)$ 的傅里叶变换为:

$$H(\omega) = j \operatorname{sgn}(\omega), \quad f(t) \text{ 为实值信号}$$

1. 求出 $h(t)$;
2. 证明: ① $L[L[f(t)]] = -f(t)$; ② $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)L[f(t)]dt = 0$

四、(14分) 图示出一个用于幅度调制的非线性系统。它由两部分构成，先将调制信号和载波相加平方，然后通过带通滤波获得幅度已调信号，假设 $f(t)$ 带限，即 $F(\omega) = 0, |\omega| > \omega_M$

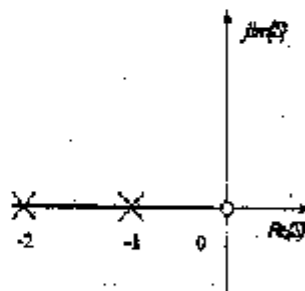


1. 试确定带通滤波器的参数 A, ω_c 和 ω_1 和 ω_2 ，使得 $y(t)$ 就是用 $f(t)$ 进行幅度调制的结果[即 $y(t) = f(t) \cos \omega_c t$];
2. 请给出对 ω_c 和 ω_M 必要的限制。

五、(16分) 某稳定的 LTI 系统 $H(s)$ ，其零极点图如右图所示。已知在输入

$f(t) = e^{3t}, -\infty < t < +\infty$ 作用下，系统产生输出 $y(t) = \frac{3}{20} e^{3t}, -\infty < t < +\infty$ 。

1. 试求该系统的 $H(s)$ 以及单位冲激响应 $h(t)$ ，判断系统的因果性；
2. 若输入 $f(t) = u(t)$ ，求输出 $y(t)$ ；
3. 写出表征该系统的常系数微分方程；
4. 画出该系统的信号流图。



六、(12分) 某 LTI 系统，在输入激励 $f[n]$ 作用下，产生输出响应：

$y[n] = -2u[-n-1] + (\frac{1}{2})^n u[n]$ ，其中 $f[n] = 0, n \geq 0$ ，其 Z 变换：

$$F(Z) = \frac{1 - \frac{2}{Z^{-1}}}{1 - Z^{-1}}$$

1. 试求该系统的系统函数 $H(Z)$ ，画零极点图，并标明收敛域；
2. 试求该系统的单位脉冲响应 $h[n]$ ，判断系统的因果稳定性；
3. 若输入激励 $f[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$ ，求系统的输出 $y[n]$ ；
4. 若输入激励 $f[n] = (-1)^n, -\infty < n < +\infty$ ，求系统的输出 $y[n]$ 。

七、(16分) 考虑右图所示信号 $f(t)$:

1. 求 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(\omega)$;

2. 概略画出信号

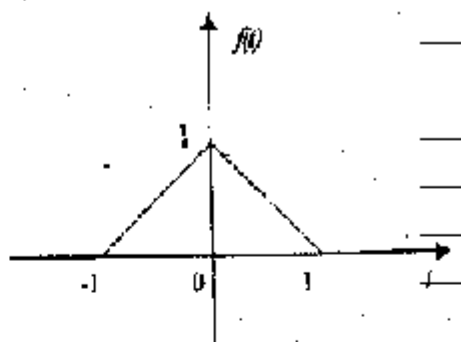
$$\tilde{f}(t) = f(t) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - 3k)$$

3. 找另一个不同于 $f(t)$ 的 $g(t)$, 而有:

$$\tilde{f}(t) = g(t) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - 3k)$$

4. 证明: 尽管 $G(\omega)$ 不同于 $F(\omega)$, 但对于全部整数 k 有

$$G\left(\frac{2\pi}{3}k\right) = F\left(\frac{2\pi}{3}k\right)$$



八、(14分) 设 $f[n]$ 是一个离散时间信号, 其 Z 变换为 $F(Z)$ $ROC = R$, 对下列信号利用 $F(Z)$ 求它们的 Z 变换:

1. $\Delta f[n] = f[n] - f[n-1]$ (Δ 记作一次差分算子)

2. $f_1[n] = \begin{cases} f[\frac{n}{L}] & n = \dots \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \text{其它 } n \end{cases}$

3. $f_2[n] = f[M \cdot n]$ (常数 L, M 均为正整数)

以下两题仅供在职人员选做。

九、(16分) 考虑一连续时间 LTI 系统 S ，其频响为：

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \geq 100 \\ 0 & \text{其它 } \omega \end{cases}$$

当输入到该系统的信号 $\tilde{f}(t)$ 是一个基波周期 $T = \frac{\pi}{6}$ ，傅里叶级数系数为 a_k 的信号时，发现输出 $y(t) = \tilde{f}(t)$ ，试问对什么样的 k 值，才有 $a_k = 0$ 。

十、(14分) 右图所示的 RL 电路实现的因果 LTI 系统，电流源输出电流为输入 $i(t)$ ，系统的输出是流经电感线圈的电流 $y(t)$ 。（其中： $R = 1\Omega$ $L = 1H$ ）

1. 求关联 $i(t)$ 和 $y(t)$ 的微分方程；
2. 求系统的频率响应 $H(\omega)$ 和单位冲激响应 $h(t)$ ；
3. 若 $i(t) = \cos(t)$ ，求输出 $y(t)$ ；

