电子科技大学

2002年硕士研究生入学考试卷

科目 数学分析

总分	题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四
	题 分	15	15	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	8
	实得分														

注：应届生必做第一至十二题；往届生必做第一至十题，再在后四题中选做两题。

密 封 装 订 线

考生姓名________ 准考证号________ 报考学校________

一、填空题（每小题3分，共15分）。

1．设 $y=\begin{cases} x & -\infty<x<1 \\ x^2 & 1\le x\le 4 \\ 2^x & 4<x<+\infty \end{cases}$，则其反函数为__________。

2．若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=b$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}a_kb_{n+1-k}}{n}=$__________。

3．$\displaystyle\int\frac{\sin x\cos x}{1+\sin^4 x}dx=$__________。

4．记 $F(y)=\displaystyle\int_y^{y^2}\frac{\sin yx}{x}dx$，则 $F'(y)=$__________。

5．由方程 $z=x+y\varphi(z)$ 确定函数 $z=z(x,y)$，设 $1-y\varphi'(z)=0$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}-\varphi(z)\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________。

二、选择题（每小题3分，共15分）。

1．当 $x\to 0$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$__________。

（A）无穷小量；　　（B）有界，但非无穷小量；

（C）无穷大量；　　（D）无界，但非无穷大量。

2．定义在[0，1]上的黎曼函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{q},x=\frac{p}{q},q>0,(p,q\text{互质整数})\\0, \quad x\text{为无理数}\end{cases}$，

有________。

(A) 在[0，1]连续；　　(B) 有理点连续，无理点不连续；

(C) [0，1]上不可积；　　(D) 无理点连续，有理点不连续。

3．$f(x)=\int_0^{tg^4 x}\cos t^2 dt$，$g(x)=\int_0^{2x}(t-\sin t)dt$，当 $x\to\infty$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的________。

(A) 高阶无穷小；　　(B) 同阶但不等价无穷小；

(C) 低阶无穷小；　　(D) 等价无穷小。

4．$\int_0^{+\infty}\frac{\sin 2x}{x}dx=$________。

(A) 1；　　(B) 2；　　(C) $\frac{\pi}{2}$；　　(D) 不存在。

5．设 $f(x)=x^2(0<x<1)$，而 $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x$，其中 $b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx$，$(n=1,2,\cdots)$，则 $S(-\frac{1}{2})=$________。

(A) $-\frac{1}{4}$；　　(B) $\frac{1}{4}$；　　(C) $-\frac{1}{2}$；　　(D) $\frac{1}{2}$。

三、(6分) 用“$\varepsilon-\delta$”定义证明 $\sin\frac{1}{x}$ 在 (c，1) (c>0) 一致连续，但在 (0，1) 并非一致连续。

四、(6分) 计算积分 $I=\int_C\frac{(x-y)dx+(x+4y)dy}{x^2+4y^2}$，$c$ 是从点 A (1，0) 沿上半圆 $x^2+y^2=1$ 到点 B ($-1,0$)。

五、(6分) 计算 $\lim_{n\to\infty}n\sqrt[n]{n!}\sin\frac{1}{n}$。

六、(7分) $f(x)$ 在[0，1]二次可导，$f(0)=f(1)=0$，试证：$\exists\xi\in(0,1)$，使得 $f''(\xi)=\frac{1}{(\xi-1)^2}f'(\xi)$。

七、(7分) 求曲面 $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)^2+\left(\frac{z}{c}\right)^2=1$，$(x>0,y>0,z>0,a>0,b>0,c>0)$，

所围成立体的体积。

八、（7分）液体自深18cm，顶直径12cm正圆锥漏斗中漏入一直径为10cm的圆柱形筒中，开始时漏斗中盛满了水，已知当溶液在漏斗中深为12cm，其表面下降的速度为1cm/分，问此时圆柱形筒中溶液表面上升的速率为多少？

九、（7分）已知一抛物线段$y=x^2$（$-1\le x\le 1$），曲线段上任一点处的密度与该点到y轴的距离成正比，$x=1$处密度为5，求此曲线段的质量。

十、（8分）计算$I=\oint_l (z-y)dx+(x-z)dy+(y-x)dz$，$l$是从（$a,0,0$）经（$0,a,0$）和（$0,0,a$）回到（$a,0,0$）的三角形。

以下题目应届生做第十一、十二题，往届生任选两题。

十一、（8分）讨论含参变量积分$\int_0^{+\infty}\frac{\cos xy}{x^2+y^2}dx$，在$y\ge a>0$内的一致收敛性。

十二、（8分）设在XOY面上各点的温度T与点的位置关系为$T=4x^2+9y^2$，点$P_0(9,4)$，求：（1）$gradT\big|_{P_0}$，（2）在点P_0处沿极角为120^0方向l的温度的变化率；（3）在什么方向上，点P_0处的变化率取得最大值、最小值和零，并求此最大值与最小值。

十三、（8分）已知$z(x,y)=u(x,y)e^{ax+by}$，又$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=0$，试确定常数$a$与$b$，使函数$z(x,y)$满足$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}+z=0$。

十四、（8分）叙述（I）有限覆盖定理和（II）魏尔斯特拉斯定理（致密性定理），并用（I）证明（II）。