

电子科技大学 2003 级研究生复试

《计算方法》试题

一 (10 分) 对双重和式 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l a_i b_j$

1. 试统计需要多少次乘法和加法才能计算出该和式的值;
2. 为了减少计算工作量, 请将和式作等价变换, 并统计变换后计算所需乘法和加法数。

二 (20 分) 设被插值函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上具有 2 阶连续导函数

1. 写出以 a 和 b 为插值结点并满足插值条件 $L_1(a)=f(a)$, $L_1(b)=f(b)$ 的线性插值函数 $L_1(x)$;

2. 利用插值余项 $R_1(x)$ 的表达式 $R_1(x) = f''(\xi)(x-a)(x-b)/2$ 证明

$$|R_1(x)| \leq \max_{a \leq x \leq b} |f''(x)| \frac{(b-a)^2}{8}$$

三 (20 分)

1. 利用 $[a, b]$ 区间上线性插值公式推导梯形公式:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)];$$

2. 证明梯形公式的误差为: $R[f] = -\frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta)$

四 (15 分) 对实数 $C > 0$, 令 $x = \sqrt{C}$, 则求 x 等价于求二次方程 $x^2 - C = 0$ 的正根, 试利用解非线性方程 $f(x)=0$ 的牛顿迭代法 $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ 推导计算 \sqrt{C} 的迭代计算公式

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left[x_n + \frac{C}{x_n} \right]$$

六 (15 分) 已知实验数据如下:

x	1	2	3	4
y	10	30	50	80

取拟合函数 $y(t) = a + bx$, 试写出 a, b 满足的正规方程组(不用求解)。

六 (20 分) 问答题

1. 在对中小型线性方程组求解算法研究中, 为什么通常不考虑用 Gram 法则设计算法? 如何从矩阵分解的角度去理解 Gauss 消元法的过程?
2. 试叙述求解非线性方程 $f(x) = 0$ 的二分法的算法思想。