物理电子学院2004年研究生招生复试试题

适用科目：量子力学

满分100分。闭卷考试，可带计算器。考试时间120分钟。

一 填空题(每空3分，共30分)

1.独立于光谱规律领域，证明原子存在定态分离能级的实验是__________实验；证明电子轨道空间取向量子化的实验是__________实验；验证光具有粒子性的典型实验有__________；验证电子具有波动性的实验有__________

2.玻恩关于波函数统计解释的基本论点是____________________；____________________。

3.判别一个物理体系是经典体系还是量子体系的基本标准是____________________

4.不确定关系是微观粒子__________性质的数学表述

5.描述微观粒子运动状态的量子数有__________；具有相同n的量子态，最多可以容纳的电子数为________个。

二 问答题(共计30分，第1小题必作，在2、3小题中选作1个小题)

1.设Ψ_1、Ψ_2为体系的两个可能状态，先作如下三种线性叠加

$$\psi_A=\psi_1+e^{i\delta}\psi_2,\quad \psi_B=e^{i\delta}(\psi_1+\psi_2),\quad \psi_c=\psi_1+\psi_2$$

δ为实常数，问：上述三种叠加态是否表示相同的量子态？简述理由 (10分)

2.如果轨道角动量$L=l\hbar$，则空间量子化与不确定关系必然矛盾？而取$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar$则空间量子化与不确定关系就不会矛盾，对于后者，给与定量说明，同时讨论不确定关系中等号何时成立，何时部成立 (20分)

3.若粒子所处的定态波函数$\Psi(r)$为已知，试写出下列几率计算公式

(1).粒子的z分量坐标出现在$z_1\to z_2$范围内的几率

(2).粒子的动量分量p_y出现在$p_1\to p_2$范围内的几率

(3).粒子的z分量坐标出现在$z_1\to z_2$范围内，同时动量分量p_y出现在$p_1\to p_2$范围内的几率 (20分)

三 证明题(共计20分，第3小题必作，第1、2小题中选作1个小题)

1.设$\Psi_1(r,t)$和$\Psi_2(r,t)$是薛定谔方程：$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+V(r)\psi$的两个解

证明：$\int\psi_1^*\psi_2 d^3x$与时间无关 (10分)

2.粒子在一维势场 $V(x)$ 运动

证明：属于不同能级的束缚态波函数正交 (10分)

3.以 $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$ 表示轨道角动量

证明：在 L_z 的任何本征态下，L_x 和 L_y 的平均值为 0 (10分)

四 计算题(共计20分，在1~2小题中选作1题，在3~4小题中选作1题)

1.利用玻尔-索末菲量子化条件，求解在均匀磁场中作圆周运动的电子轨道的可能半径，相邻轨道的动能间隔 (10分)

2.定义径向动量算符：$\hat{p}_r=\frac{1}{2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\cdot\vec{p}+\vec{p}\cdot\frac{\vec{r}}{r}\right)$

求：径向动量算符的球坐标表达式、$\hat{p}_r^2$ 及 $[r,\hat{p}_r]$ (10分)

3.已知体系哈密顿算符的矩阵形式为

$$\hat{H}=\begin{pmatrix}2\varepsilon & 0 & \varepsilon\\ 0 & 2\varepsilon & 0\\ \varepsilon & 0 & 2\varepsilon+\lambda\end{pmatrix},\quad \lambda<<\varepsilon$$

其中ε为实常数

求：体系的能量至二级近似，波函数至一级近似 (10分)

提示：能级修正计算公式

$$E_n^{(1)}=\left\langle\psi_n^{(0)}\middle|\hat{H}'\middle|\psi_n^{(0)}\right\rangle\equiv\hat{H}'_{nn},\quad E_n^{(2)}=\sum_{k\neq n}\frac{\left|\left\langle\psi_n^{(0)}\middle|\hat{H}'\middle|\psi_k^{(0)}\right\rangle\right|^2}{E_n^{(0)}-E_k^{(0)}}$$

波函数一级修正计算公式：$\psi_n^{(1)}=\sum_{k\neq n}\frac{\left\langle\psi_k^{(0)}\middle|\hat{H}'\middle|\psi_n^{(0)}\right\rangle\psi_k^{(0)}}{E_n^{(0)}-E_k^{(0)}}$

4.设一维势场 $V(x)=\lambda x^4$，用变分法求立子在势场中运动时的基态波函数，并说明在下列尝试波函数中，应选取哪一个？ (10分)

(1). $e^{-\beta|x|}$，(2). $e^{-(\alpha x)^2/2}$，(3). $xe^{-\alpha x^2/2}$，(4). $(ax+bx^2)e^{-\alpha x^2/2}$，(5). $e^{ikx}e^{-\alpha x^2/2}$

其中，α、β、a、b、k 都是常数

提示：变分方法的基态能量计算公式：$\frac{\partial E(\alpha_1,\alpha_2\cdots\alpha_i\cdots)}{\partial\alpha_i}=0\qquad i=1,2,3\cdots$