

# 电子科技大学

## 2004年攻读硕士学位研究生入学复试试题

### 考试科目: 070104、计算方法

#### 一、(20分)

1. 计算球体体积时, 如果要使体积的相对误差限为 1%, 试分析测量球半径  $R$  的相对误差限为多少?

2. 已知  $Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ , 计算矩阵 2-范数  $\|Q\|_2$

#### 二、(20分)

1. 设  $x_0, x_1, \dots, x_n$  是  $n+1$  个互异结点, 已知函数值  $f(x_k)$  ( $k=0, 1, \dots, n$ ), 且  $f^{(n+1)}(x)$  存在。记  $w_{n+1}(x) = (x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)$ 。写出带余项的拉格朗日插值公式;
2. 设  $P(x)$  是不超过  $n$  次的多项式, 试用拉格朗日插值函数方法证明

$$P(x) = \sum_{k=0}^n l_k(x) P(x_k)$$

其中  $l_k(x)$  ( $k=0, 1, \dots, n$ ) 是拉格朗日插值基函数。

#### 三、(20分)

1. 设  $x^*$  为方程  $f(x)=0$  在区间  $[a, b]$  内的唯一根, 且函数  $f(x)$  满足条件  $f(a)f(b)<0$ 。试证明: 由二分法计算产生的区间序列  $[a_n, b_n]$ , ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) 的右端点数列满足

$$b_0 \geq b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq \dots \geq b_n \geq \dots$$

2. 方程  $1-x-\sin x=0$  在区间  $[0, 1]$  内有一个根, 用二分法求该方程的根要求误差不大于  $\frac{1}{2^5}$  需要迭代多少次?

#### 四、(20分)

1. 写出计算定积分  $\int_a^b f(x)dx$  的梯形公式;

2. 用分段线性插值公式推导复合梯形公式。

#### 五、(20分)

用列主元法解方程组  $Ax=b$ , 其中

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 10 & -7 & 0 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$